

# Numerische Simulation der Beanspruchung von Abgassystemen durch Fahrbahnunebenheiten

Die numerische Simulation ermöglicht die Ermittlung der Beanspruchung eines Abgassystems unter Motoranregung unabhängig von experimentellen Untersuchungen. Rechnerische Simulationsverfahren sind daher ein geeignetes Mittel zur Identifizierung und Optimierung von festigkeitskritischen Bereichen eines Abgassystems in einer Entwicklungsphase, in der noch keine Bauteile oder Prototypenmotoren vorliegen. Die Belastung durch Straßenunebenheiten wird im Rahmen von Simulationsrechnungen bislang jedoch nur näherungsweise anhand von statischen Ersatzlasten bestimmt und in einer späteren Entwicklungsphase durch Fahrzeugmessungen experimentell abgesichert. Eine numerische Optimierung des Abgassystems für den Lastfall Straßenunebenheit ist somit nur bedingt möglich. Dieser Beitrag zeigt einen Weg, bereits in einer frühen Entwicklungsphase die Beanspruchung des Abgassystems infolge Fahrbahnunebenheiten durch Simulationsrechnungen zu ermitteln.

## 1 Einleitung

Das Schwingungsverhalten eines Abgassystems wird durch zwei dominierende physikalische Anregungsmechanismen bestimmt: Motoranregung und Fahrbahnanregung. Während sich die aus der Motoranregung resultierende Belastung in Form von Amplituden- und Phaseninformation analytisch herleiten lässt, entzieht sich die Schwingungseinwirkung infolge Fahrbahnanregung einer solchen deterministischen Beschreibung.

Im Folgenden wird eine Methode zur Berechnung der Beanspruchung von Abgassystemen infolge von durch Fahrbahnunebenheiten induzierten Schwingungen vorgestellt. Das Vorgehen resultiert aus einer theoretischen Betrachtung der Spektraldichte der Fahrbahnunebenheit und dem Übertragungsverhalten des Fahrzeugs. Auf Grundlage der theoretischen Überlegungen wird ein einfacher Berechnungsvorschlag abgeleitet, der eine problemgerechte, realitätsnahe Berechnung des Lastfalls Fahrbahnunebenheit unter Verwendung des Antwortspektrenverfahrens ermöglicht.

## 2 Klassifizierung dynamischer Prozesse

Bei der Klassifizierung dynamischer Prozesse werden zwei Hauptgruppen unterschieden: die deterministischen (durch ihren funktionalen Verlauf exakt beschreibbaren) und die stochastischen (sich mehr oder weniger zufällig ereignenden) Prozesse. Die beiden Hauptgruppen lassen sich weiterhin in periodisch und nicht periodisch bzw. stationär und instationär unterscheiden. Einen Überblick über die verschiedenen dynamischen Prozesse gibt **Bild 1**.

Bei der Anregung, die von den freien Kräften des Motors auf das Abgassystem übertragen wird, handelt es sich um eine deterministische Last, die durch einfache dynamische Gleichungen exakt beschrieben werden kann. Der Verlauf der Last über die Zeit ist harmonisch und kann im Rahmen einer Frequency Response Analyse effizient auf Basis einer Modalanalyse berechnet werden.

Bei durch Fahrbahnunebenheiten induzierten Schwingungen handelt es sich um einen stochastischen Prozess, der als stationär angenommen werden kann. Da die statistischen Eigenschaften, wie Mittelwert und Varianz, sowohl über die Dauer einer Realisierung als auch über alle Realisierungen des Prozesses konstant und identisch sind, handelt es sich um einen ergodischen Prozess. Dies impliziert, dass jede beliebige Realisierung über den vollständigen Infor-

mationsgehalt verfügt und den gesamten Prozess repräsentiert.

## 3 Definition der Fahrbahnunebenheit durch ihre Spektrale Dichte

Bei der Straßenunebenheit in Längsrichtung handelt es sich um ein stochastisches Signal  $h(x)$ , wobei das Signal  $h$  nicht von der Zeit  $t$ , sondern von der Position  $x$  abhängig ist. Die Autokorrelationsfunktion  $R_{xx}(\xi)$  des Unebenheitsprozesses kann als Erwartungswert des Produktes des Ereignisses an der Stelle  $x$  mit dem Ereignis an der Stelle  $x+\xi$  angesehen werden, wobei  $\xi$  den Abstand der betrachteten Positionen angibt. Unter der Annahme, dass es sich bei der Straßenunebenheit um einen stationären Prozess handelt, ist die Autokorrelationsfunktion von der absoluten Position  $x$  unabhängig und ausschließlich eine Funktion des Abstandes  $\xi$ :

$$R_{xx}(\xi) = E [ h(x) \cdot h(x + \xi) ] \quad \text{Gl. (1)}$$

Durch die Wiener-Khintchine-Beziehung entsteht die Spektrale Dichte eines Prozesses als Fourier-Transformierte seiner Autokorrelation. Umgekehrt gilt: Die Autokorrelationsfunktion ist die inverse Fourier-Transformierte der Spektraldichte:

$$S_{xx}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\xi) \cdot e^{-i\Omega\xi} d\xi \quad \text{Gl. (2)}$$

$$R_{xx}(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xx}(\Omega) \cdot e^{i\Omega\xi} d\Omega \quad \text{Gl. (3)}$$

Da die Autokorrelation  $R_{xx}$  eine symmetrische Funktion ist, kann Gleichung (2) wie folgt zusammengefasst werden:

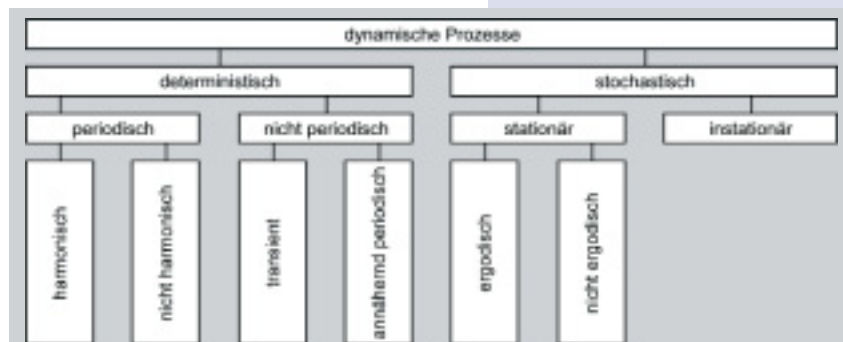
$$S_{xx}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\xi) \cdot \cos(\Omega\xi) d\xi \quad \text{Gl. (4)}$$

Die Wellenlänge des Unebenheitssignals wird in der Einheit [m] gemessen, der Kehrwert wird physikalisch korrekt als Wellen-

## Der Autor



Dr.-Ing. Falko Schube ist Berechnungsingenieur bei der Friedrich Boysen GmbH & Co. KG in Altensteig.



**Bild 1:** Klassifizierung dynamischer Prozesse  
**Figure 1:** Classification of dynamic processes

zahl [1/m] bezeichnet und gibt an, wie viele Wellen in eine 1m lange Einheitsstrecke hineinpassen. Der  $2\pi$ -fache Wert wird als Kreiswellenzahl [rad/m] bezeichnet.

Experimentelle Untersuchungen an Straßen zeigen, dass sich das Autospektrum in doppelt-logarithmischem Maßstab durch eine abfallende Gerade darstellen lässt, deren Gleichung durch die zwei Parameter  $w$  und  $\Phi_{h0}$  beschrieben ist [1], [2]:

$$S_{xx}(\Omega) = \Phi_{h0} \left( \frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-w} \quad \text{Gl. (5)}$$

Der Exponent  $w$  in Gl. (5) bezeichnet die Welligkeit der Straße und ist ein Maß dafür, ob eine Straße hauptsächlich lange Wellen oder auch nennenswerte Anteile kurzer Wellen enthält. Der Parameter  $\Phi_{h0}$  heißt Unebenheitsmaß und wird als Spektralwert definiert, welcher bei der Bezugskreiswellenzahl von  $\Omega_0 = 2\pi$  [rad/m] (Bezugswellenzahl  $\kappa_0 = 0.16$  [1/m]) auftritt. **Bild 2** zeigt exemplarisch den Verlauf der Spektralen Dichte einer Fahrbahnunebenheit.

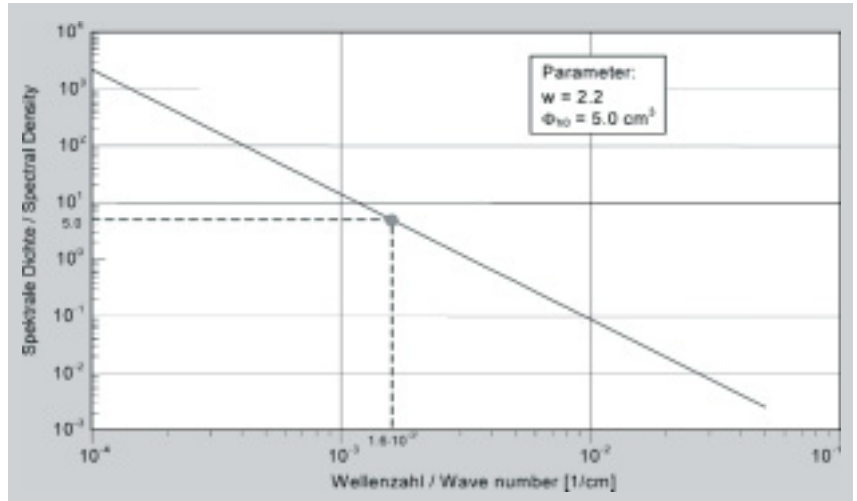
#### 4 Rechenverfahren für dynamische Einwirkungen

Für die numerische Simulation von stochastischen dynamischen Lasteinwirkungen werden häufig klassische Zeitschrittverfahren verwendet. Hierbei wird die Last in diskreten Zeitschritten auf die Struktur aufgebracht und für jeden Zeitschritt ein Gleichgewichtszustand ermittelt. Die Berechnung im Zeitbereich ist jedoch aufgrund der hierfür erforderlichen extrem hohen Rechenzeiten sowie der Größe der anfallenden Datenmenge für die Berechnung von Abgassystemen nicht praktikabel.

Alternativ zum Zeitschrittverfahren ist eine Berechnung unter Verwendung des Antwortspektrenverfahrens möglich: Das Antwortspektrum wird gewonnen, indem viskos gedämpfte Einmassenschwinger mit variabler Eigenkreisfrequenz  $\omega_i$  der zu berücksichtigenden Einwirkung unterworfen werden. Der so berechnete Wert der maximalen Auslenkung stellt die Verschiebungs-Spektralordinate für die Kreisfrequenz  $\omega_i$  dar. Das vollständige Verschiebungsantwortspektrum entsteht durch Variation der Kreisfrequenz. Das Antwortspektrenverfahren greift auf dieses Antwortspektrum zurück und ermittelt die maximale auftretende Schwingungsantwort der Struktur durch Überlagerung der einzelnen modalen Beiträge.

#### 5 Entwickeltes Rechenkonzept

Der Grundgedanke des vorgeschlagenen



**Bild 2:** Autospektrum der Straßenunebenheit  
**Figure 2:** Autospectrum of road surface unevenness

zweistufigen Rechenkonzeptes liegt in der getrennten Betrachtung der Anregung des Fahrzeugs durch die Straßenoberfläche und der Anregung des Abgassystems durch die Dynamik des Fahrzeugs.

In der ersten Stufe wird die auf das Abgassystem einwirkende Schwingungsbelastung durch eine MKS-Berechnung unter Verwendung der an den Kontaktpunkten Fahrbahn-Rad anliegenden Wegsignale ermittelt. Aus der Zeitreihe des vom Fahrzeug auf das Abgassystem einwirkenden Beschleunigungssignals kann anschließend für das zugrundeliegende Unebenheitsprofil ein Antwortspektrum ermittelt werden. Dieses Antwortspektrum wird in der zweiten Stufe im Rahmen des Antwortspektrenverfahrens als Last auf das Abgassystem aufgeprägt.

Für die Berechnung unebenheitsinduzierter Beanspruchungen von Abgassystemen wurde bei Boysen eine Simulationsumgebung entwickelt, die die Komponenten Fahrbahnunebenheit, Fahrzeug und Abgassystem beinhaltet. Das verwendete Fahrzeugmodell besteht aus Starrkörpern, die durch Feder-Dämpfer-Elemente miteinander verbunden sind. Im Folgenden wird vertieft auf die Abbildung der Fahrbahnunebenheit eingegangen, da sich Teile der hier vorgestellten numerischen Modellierung einer Bearbeitung durch kommerzielle Programme entziehen.

#### 5.1 Modellierung der Fahrbahnunebenheit

Für die Berechnung der an den karosserie-seitigen Haltern auftretenden Beschleunigungsverläufe muss der Verlauf der Straßenunebenheiten im Zeitbereich vorliegen. Um eine Abhängigkeit von einzelnen gemessenen Unebenheitsprofilen zu vermeiden,

werden für eine definierte Spektrale Dichte und Kreuzspektraldichte künstliche Unebenheitszeitreihen generiert.

Ein sehr effizientes Verfahren zur Generierung künstlicher Zeitschriebe stellt die Methode der autoregressiven Filter dar. Das Konzept beruht auf der Filterung eines Zufallsprozesses mit annähernd konstanter spektraler Verteilung (weißes Rauschen) durch lineare Filter. Das Vorgehen lässt sich anhand eines eindimensionalen Prozesses anschaulich beschreiben:

$$Y(x) = \sum_{k=1}^p F_k \cdot Y(x - k \cdot \Delta x) + \sigma_N^2 \cdot N(x) \quad \text{Gl. (6)}$$

Hierin bedeuten:

- $Y(x)$ : Unebenheit an der Stelle  $x$
- $Y(x - k \cdot \Delta x)$ : Unebenheit an der Stelle  $x - k \cdot \Delta x$
- $F_k$ : Autoregressiver Filter
- $p$ : Ordnung des autoregressiven Filters
- $N(x)$ : Weißes Rauschen
- $\sigma_N$ : Standardabweichung von  $N(x)$ .

Die Berechnung des Ereignisses  $Y$  an der Stelle  $x$  basiert demnach zum einen auf der Filterung von  $p$  zurückliegenden Ereignissen durch den autoregressiven Filter  $F_k$  und zum anderen auf der Addition eines Zufallsprozesses  $N(x)$ . Der Summenterm in Gl. (9) spiegelt das zeitliche Gedächtnis des Filters wieder, wobei die Filterordnung  $p$  die Länge des Gedächtnisses beschreibt. Gl. (6) lässt sich in die Yule-Walker-Gleichung

$$\sum_{k=1}^p F_k S_{xx}[(k-j)\Delta x] = S_{xx}(-j\Delta x), \quad j=1,2,\dots,p \quad \text{Gl. (7)}$$

umformen, die eine Identifizierung der zunächst unbekanntem Filter  $F_k$  gestattet.

Zur Überprüfung der Qualität des Generierungsverfahrens ist in **Bild 3** die Spektrale Dichte eines generierten künstlichen Un-

ebenheitsschriebs zusammen mit der Ziel- spektraldichte dargestellt.

Die Methode lässt sich auf zweidimensionale Prozesse erweitern, wenn die Unebenheit  $Y$  als vektorielle Größe formuliert wird, die den Unebenheitsprozess der linken und rechten Fahrspur beinhaltet.

$$Y(x) = \begin{pmatrix} h_x(x) \\ h_y(x) \end{pmatrix} \quad \text{Gl. (8)}$$

Neben den Spektralen Dichten  $S_{xx}$  und  $S_{yy}$  geht für den zweidimensionalen Prozess auch die Kreuzspektraldichte  $S_{xy}$  in die Berechnung ein. Das Kreuzspektrum wird unter Verwendung der Kohärenzfunktion  $\gamma_{xy}$  gewonnen:

$$S_{xy} = \gamma_{xy}(\xi, \Omega) \sqrt{S_{xx}(\Omega) \cdot S_{yy}(\Omega)} \quad \text{Gl. (9)}$$

Da  $S_{xx}$  und  $S_{yy}$  identisch sind, lässt sich Gleichung (9) entsprechend vereinfachen. Die Kohärenzfunktion wird so definiert, dass sie für den geometrischen Abstand  $\xi=0$  für alle  $\Omega$  den Wert 1,0 annimmt und für größere Abstände gegen Null strebt. Die Auswirkungen der Kreuzspektraldichte werden anhand der beiden Fahrspuren der generierten Unebenheitsschriebe in **Bild 4** deutlich. Beide Verläufe weisen eine prinzipielle Ähnlichkeit auf, sind jedoch nicht identisch: Langanhaltenden, niederfrequenten Trends folgen beide Fahrspuren gemeinsam, während höherfrequente Anteile deutliche Unterschiede aufweisen.

## 5.2 Beschleunigung an den karosserieeitigen Haltern

Wird das MKS-System des Fahrzeugs mit den Zeitreihen der Auslenkungen an den Rädern beaufschlagt, lässt sich der Beschleunigungs-Zeitverlauf der karosserieeitigen Halter berechnen. Aufgrund des stochastischen Charakters der Belastung reicht die Verwendung eines einzelnen generierten Unebenheitsschriebs zur Ermittlung des Antwortspektrums nicht aus. Zur statistischen Absicherung werden daher 30 Simulationsrechnungen durchgeführt, die auf 30 verschiedenen künstlichen Unebenheitsschrieben mit identischer Spektraler Dichte basieren.

Für die Verwendung im Rahmen des Antwortspektrenverfahrens wird anschließend das Antwortspektrum der Beschleunigung an den karosserieeitigen Haltern ermittelt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit ist in **Bild 5** der Mittelwert aller 30 Verläufe zusammen mit den Minimal- und Maximalwerten dargestellt.

Auch wenn eine deutliche Streuung der einzelnen Simulationsergebnisse vorliegt, liegen alle Ergebnisse in einer engen Band-

breite um den Mittelwert. Eine mehrfache Überfahrt einer realen Straße mit einem Versuchsfahrzeug würde ähnliche Abweichungen aufweisen.

Aus der Vielzahl der berechneten Antwortspektren kann ein Bemessungsantwortspektrum abgeleitet werden, das durch Bildung einer abschnittsweise linearen Umhüllenden entsteht. Bemessungsantwortspektren glätten den Verlauf einzelner Antwortspektren und weisen anstelle einzelner Spitzenwerte breite Plateaubereiche auf. Ein möglicher Verlauf eines Bemessungsantwortspektrums ist zusammen mit dem gemittelten Antwortspektrum aller 30 Simulationsrechnungen in **Bild 6** dargestellt.

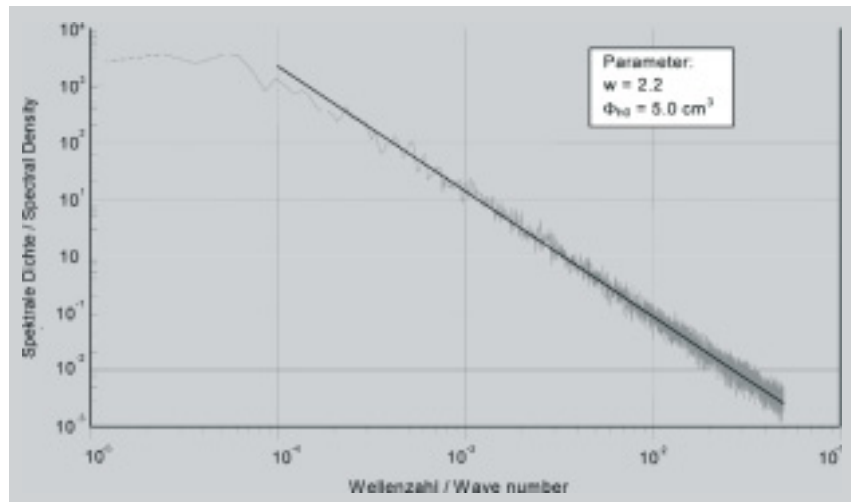
Das in **Bild 6** dargestellte Bemessungsantwortspektrum stellt eine definierte Schnittstelle zwischen den stochastischen Phänomenen der Straßenunebenheit und der numerischen Berechnung der Struktur dar. Die Überlegungen zur Definition des Lastfalls Straßenunebenheiten können mit der

Definition des Antwortspektrums als abgeschlossen betrachtet werden, da bei allen folgenden Arbeitsschritten auf das einmal definierte Spektrum zurückgegriffen wird.

## 6 Anwendungsbeispiel

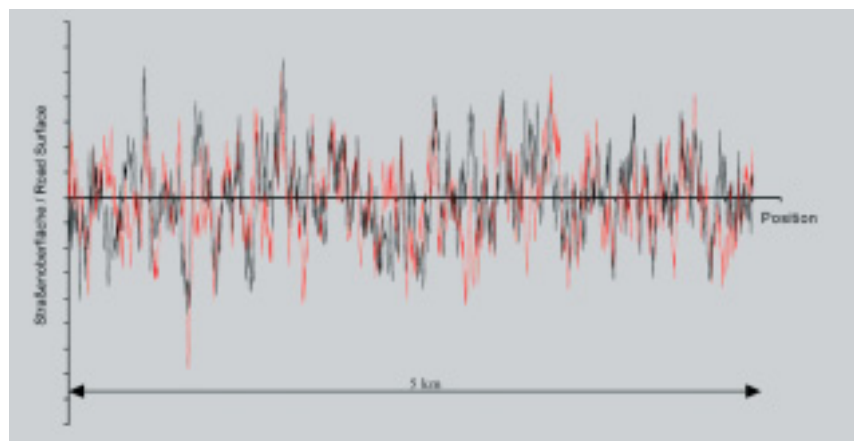
### 6.1 Beispielrechnung: Verformungen

Im Stand der Technik wird die Belastung durch Fahrbahnunebenheiten häufig durch eine statische Berechnung des Systems mit einem um den Faktor  $n$  gesteigerten Eigengewicht abgebildet. Zur Veranschaulichung des entwickelten Rechenverfahrens wird ein Abgassystem nach dem vorgestellten Verfahren berechnet und mit dem Ergebnis einer statischen Rechnung unter überhöhtem Eigengewicht verglichen. Im oberen Teil von **Bild 7** ist die Verformungsfigur des Abgassystems unter statischer Belastung dargestellt. Im unteren Teil ist die maximale Verformung der einzelnen Knoten nach dem Antwortspektrenverfahren abgebildet.



**Bild 3:** Spektrale Dichte eines generierten Straßenprofils

**Figure 3:** Spectral density of a generated road profile



**Bild 4:** Straßenprofil: linke und rechte Fahrspur

**Figure 4:** Road surface profile: left and right lane

Die verformte Figur im unteren Bildteil ist nicht als Darstellung einer Schwingform zu verstehen, da hier für jeden Knoten die während der Fahrt auftretende maximale Auslenkung dargestellt ist. Der Zeitpunkt, an dem die verschiedenen Knoten diesen Verformungswert erreichen, ist nicht für alle Knoten identisch. Man erkennt, dass das Schwingungsverhalten deutlich komplexer ist, als die statische Biegelinie vermuten lässt.

Zur Veranschaulichung, welche Moden für die resultierende Verformung verantwortlich sind, ist in **Bild 8** das Ergebnis der Verformungsberechnung für verschiedene Punkte des Abgassystems dargestellt, wobei nacheinander nur jeweils eine einzelne Mode für die Berechnung verwendet wird. Knotenweise dargestellt sind die einzelnen modalen Verformungswerte, wobei die Verformung in Prozent der Gesamtverformung des Knotens angegeben ist. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind Werte unterhalb von 10 % aus der Darstellung ausgeblendet. Die resultierende Gesamtverformung eines Punktes berechnet sich aus der Wurzel der aufsummierten quadrierten Verformungswerte einer Zeile und ergibt jeweils 100 %.

Die Anteile der einzelnen Modalformen an der überlagerten Gesamtlösung sind aus **Bild 8** deutlich zu erkennen. Mit Ausnahme der Moden acht und neun wird der gesamte Frequenzbereich bis zur zehnten Mode (Frequenzbereich bis etwa 25 Hz) durch das Antwortspektrum angeregt. Oberhalb der zehnten Eigenform gibt es keine signifikanten Schwingungsanteile mehr.

Schwingungsamplituden infolge der Eigenformen acht und neun treten nicht auf, da es sich bei den genannten Moden um Biegeformen handelt, die in der horizontalen X-Y-Ebene liegen, während die Anregung durch das Antwortspektrum in der vertikalen Z-Richtung aufgebracht wird.

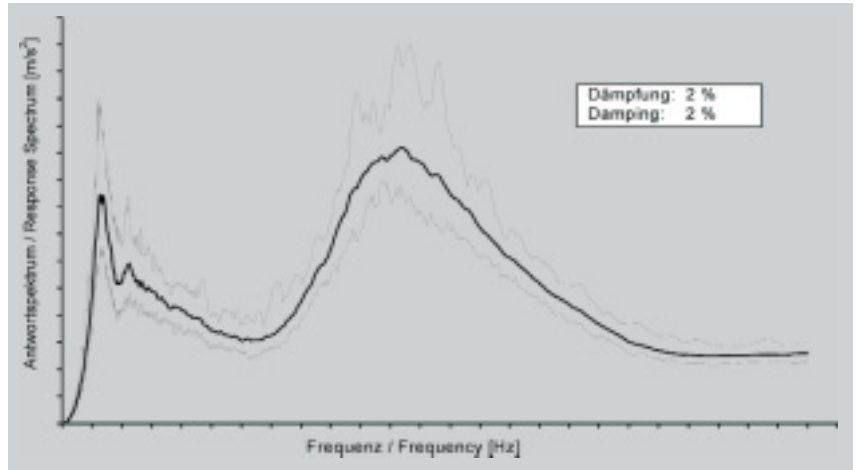
Aufgrund der Definition des Antwortspektrums aus **Bild 6** wird die Strukturantwort auf den Frequenzbereich bis zur zehnten Eigenform begrenzt: Ab einer bestimmten Grenzfrequenz sinkt die Anregung auf ein sehr niedriges Niveau, so dass alle höherfrequenten Eigenformen mit einer zu vernachlässigenden Intensität angeregt werden.

**6.2 Vergleich mit statisch aufgebrachtem n-fachen Eigengewicht**

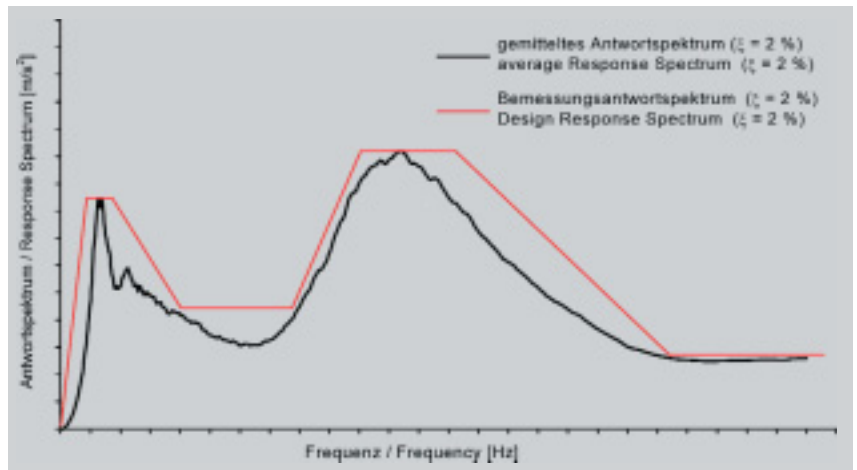
Wird der Lastfall Fahrbahnunebenheit durch eine statische Berechnung mit einem um den Faktor n gesteigerten Eigengewicht abgebildet, so wird unterstellt, dass die statische Biegelinie den während der Fahrt auftretenden Verformungszustand exakt abbil-

det. Zur Überprüfung dieses Sachverhalts wird die Berechnung einer erweiterten MAC-Matrix (Modal Assurance Criterion) der Eigenvektoren im Frequenzbereich von 0 bis 25 Hz vorgenommen: Die MAC-Matrix gibt die Korrelation zwischen der i-ten und j-ten

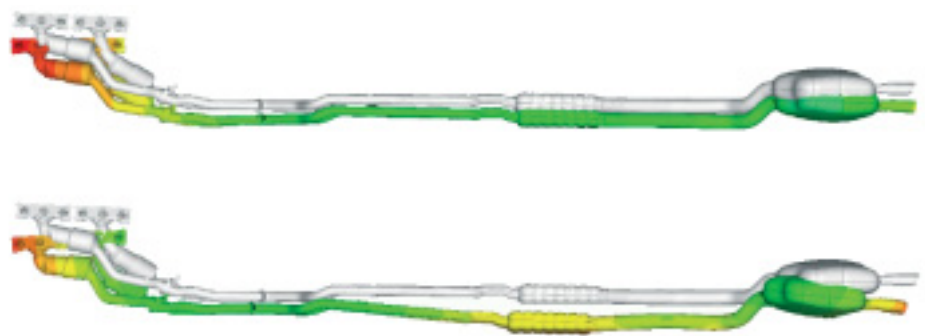
Eigenform an. Bei perfekter Übereinstimmung ergibt sich ein Wert von 1,0, bei unkorrelierten Eigenformen ein Wert von 0,0. Hintergrund der Berechnung ist die Überprüfung der Orthogonalität der verschiedenen Eigenvektoren gemäß folgender Formel:



**Bild 5:** Antwortspektrum Vertikalbeschleunigung  
**Figure 5:** Response spectrum, vertical acceleration



**Bild 6:** Bemessungsantwortspektrum  
**Figure 6:** Design response spectrum



**Bild 7:** Maximale Verformungsfigur Eigengewicht (oben) und nach Antwortspektrenverfahren (unten)  
**Figure 7:** Maximum deformation figure: intrinsic weight (top) and according to the response spectrum method (bottom)

$$MAC = \frac{[\Psi A]_i^T [\Psi B]_i^2}{\{\Psi A\}_i^T \{\Psi A\}_i \{\Psi B\}_i^T \{\Psi B\}_i} \quad \text{Gl. (10)}$$

Bezogen auf das Beispiel aus 5.1 wird die Matrix der Eigenvektoren  $\Phi_i$  um eine 14. Spalte mit dem statischen Verformungsvektor  $V_{\text{stat}}$  erweitert:

$$\tilde{\Phi} = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_{13}, V_{\text{stat}}] \quad \text{Gl. (11)}$$

In Bild 9 sind zusätzlich die Moden markiert, die im Rahmen des Antwortspektrenverfahrens angeregt werden und einen nennenswerten Beitrag zur Schwingungsantwort der Struktur leisten.

Bild 9 zeigt, dass die statische Biegelinie eine hohe Ähnlichkeit zur fünften Eigenform des Abgassystems aufweist. Aus Bild 8 geht hervor, dass die fünfte Eigenform zwar deutlich zum Schwingungsverhalten des

Abgassystems beiträgt, aber nur einen kleinen Teil der Gesamtantwort darstellt. Eine Berechnung der durch Fahrbahnunebenheiten induzierten Beanspruchung des Abgassystems unter Annahme eines um den Faktor  $n$  gesteigerten Eigengewichts gibt somit nur einen Ausschnitt aus der tatsächlichen Schwingungsbelastung wieder.

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Ausgehend von der Annahme, dass es sich bei der Fahrbahnanregung um einen breitbandigen, stochastischen Belastungsprozess handelt, wurde bei Boysen ein vereinfachtes Verfahren zur Berechnung der Beanspruchung eines Abgassystems unter fahrbahninduzierter Schwingungsbelastung entwickelt. Zentraler Bestandteil des Rechenkonzeptes ist die Definition der Fahrbahnunebenheit durch ihre Spektrale Dichte und die Wahl des Antwortspektrenverfahrens als Lösungsverfahren. Die Schwierigkeit, durch Fahrbahnunebenheiten induzierte Einwirkungen mit Hilfe deterministischer Funktionen zu definieren, entfällt.

Die vorgestellte Beispielrechnung zeigt, dass das gewählte Verfahren der Problemstellung gerecht wird: Durch das Antwortspektrum wird der Struktur eine breitbandige dynamische Last aufgeprägt, die sich im Vergleich zur Motoranregung über einen tieffrequenten Bereich erstreckt. Durch das Antwortspektrum werden alle relevanten Eigenformen des Abgassystems gleichzeitig zu Schwingungen angeregt, die sich zu einem resultierenden Schwingungszustand überlagern.

Das vorgestellte Verfahren erlaubt eine realitätsnahe Abbildung der Beanspruchung des Abgassystems unter unebenheitsinduzierter Belastung. Die Verwendung von vorhandenen FE-Netzen aus der Berechnung deterministischer Lastfälle in Kombination mit dem geringen Ressourcenbedarf des Antwortspektrenverfahrens führt zu einem äußerst effizienten Ablauf der Berechnung.

### Literaturhinweise

- [1] Mitschke, M.: Dynamik der Kraftfahrzeuge, Bd. 3, Springer Verlag, Berlin – New York, 1984.
- [2] Schube, F.; Meskouris, K.; Steinauer, B.: Neue Ansätze zur Bewertung der Längsunebenheit von Straßen – Zusammenhang von Längsunebenheit und Schädigung der Wirbelsäule, Straße+Autobahn, Heft 6, S. 321 ff, Kirschbaum Verlag, Bonn, 2003.

Knoten	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6	Mode 7	Mode 8	Mode 9	Mode 10	Mode 11	Mode 12	Mode 13
Bereich Motor-Getriebe		80%	85%				12%			43%			
Bereich Motor-Getriebe		24%	25%		18%					52%			
Bereich Motor-Getriebe		53%	23%	19%	12%					77%			
Bereich Krummer - Vordr		74%	87%										
Bereich Krummer - Vordr		72%	88%										
Bereich Krummer - Vordr		55%	87%		47%								
Bereich Krummer - Vordr		14%	35%	14%	80%					17%			
Bereich Krummer - Vordr		19%	37%	12%	88%					25%			
Bereich Krummer - Vordr			9%	18%	93%		13%			27%			
Bereich Krummer - Vordr			12%	16%	91%		13%			33%			
Bereich Krummer - Vordr			13%	14%	91%					35%			
Bereich Krummer - Vordr				14%	90%					38%			
Bereich MSD		13%		13%	88%					41%			
Bereich MSD		12%		14%	88%	11%				42%			
Bereich MSD		11%		13%	88%					43%			
Bereich ZWR MSD - NSD		13%		13%	88%	13%	24%			38%			
Bereich ZWR MSD - NSD		19%		13%	88%	23%	15%			37%			
Bereich ZWR MSD - NSD		13%			77%	12%	80%			32%			
Bereich ZWR MSD - NSD		16%			74%	23%	53%			23%			
Bereich ZWR MSD - NSD		14%			67%	22%	85%			25%			
Bereich NSD		16%		11%	62%	48%	56%						
Bereich NSD		13%			48%	49%	69%						
Bereich NSD					18%	30%	81%			17%			
Bereich NSD						48%	81%			38%			
Bereich NSD						21%	29%	88%					

Bild 8: Anteil der Moden an der Gesamtverschiebung

Figure 8: Percentages of the modes in the total deflection

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6	Mode 7	Mode 8	Mode 9	Mode 10	Mode 11	Mode 12	Mode 13	stat	Response
Mode 1	1.0														
Mode 2		1.0													X
Mode 3			1.0												X
Mode 4				1.0											X
Mode 5					1.0									0.8	X
Mode 6						1.0									X
Mode 7							1.0								X
Mode 8								1.0							
Mode 9									1.0						
Mode 10										1.0					X
Mode 11											1.0				
Mode 12												1.0			
Mode 13													1.0		
stat					0.8									1.0	
Response	X	X	X	X	X	X				X					

Bild 9: Erweiterte MAC-Matrix der Eigenvektoren und statischen Biegelinie

Figure 9: Extended MAC matrix of the eigenvectors and static deflection line

For an English version of this article, see **MTZ worldwide**.  
 For information on subscriptions, just call us or send an E-mail or fax.

**MTZ** Vieweg Verlag Postfach 1546 D-65173 Wiesbaden  
 Tel. +49 5241 80-1968 | E-mail: vieweg@abo-service.info